

759. D'Amore B. (2011). Frasi illuminanti di studenti e di docenti in 40 anni di ricerca. In: D'Amore B., Sbaragli S. (Eds.) (2011). *Un quarto di secolo al servizio della didattica della matematica*. Atti del Convegno "Incontri con la matematica", n. 25, Castel San Pietro terme (Bo). Bologna: Pitagora. ISBN: 88-371-1849-X. Pagg. 15-20.

Frasi illuminanti di studenti e docenti in quaranta anni di ricerca

Bruno D'Amore

NRD Bologna - Mescud Bogotà

Doctorado interistitucional en Educacion, Enfasis de Educacion Matematica,
Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Bogotà, Colombia
(www.dm.unibo.it/rsddm)

Abstract. We remember and discuss some of the phrases that have marked the life of the author's research, statements obtained during interviews subsequent to research carried out on students and teachers.

In 40 anni di ricerca in didattica della matematica, ho avuto l'occasione di intervistare molte migliaia di studenti e alcune centinaia di insegnanti di diversi livelli scolastici, dalla scuola dell'infanzia all'università. A distanza di tanti anni, ho voluto condividere con chi legge (o ascolta) quelle frasi che ritengo abbiano segnato la mia vita di ricerca, quelle che mi hanno illuminato sulle interpretazioni cui sono giunto, sulle strade che poi ho deciso di percorrere, che hanno condizionato i miei scritti e dettato i miei studi. Data la necessaria brevità del testo, restringo i commenti a meno del minimo indispensabile. Ma un testo assai più completo di commenti e opportune citazioni costituirà la bibliografia finale.

1. No, troppo piccolo.

Presento oralmente in una IV elementare, nel mese di maggio, il classico "problema del pastore": «Un pastore ha 12 pecore e 6 capre; quanti anni ha il pastore?»; sollecito la risposta sempre per via orale. Il coro unanime delle risposte «18» è impressionante, mai avuto un coro unanime così. Siamo nel campo del contratto didattico, nel fenomeno definito dai Francesi come: *L'età del capitano*, noto fin dagli anni '70. Uno dei bambini viene da me intervistato:

BD: Perché hai risposto 18?

AL: Ho fatto la più.

BD: E perché non hai fatto la divisione.

AL si ferma un attimo, pensa, sorride sornione e risponde:

AL: No, troppo piccolo!

Nessuna rottura del contratto è possibile in certe situazioni d'aula.

2. Se tu volevi calcolare anche il ritorno, dovevi dirlo.

Bambini di IV elementare affrontano il seguente testo in gruppi di 2-3: «I 18 allievi di seconda vogliono fare una gita di un giorno da Bologna a Verona. Devono tener conto dei seguenti dati: due di essi non possono pagare; da Bologna a Verona ci sono 120 km; un pulmino da 20 posti costa 200.000 lire al giorno più 500 lire al chilometro (compresi i pedaggi autostradali). Quanto spenderà ciascun allievo?».

Al momento di riunire la classe intera, l'insegnante si accorge che è stato commesso da tutti lo stesso errore: non s'è tenuto conto del viaggio di ritorno; la spesa totale è stata calcolata con l'espressione: $500 \times 120 + 200000$ in luogo di $(500 \times 120) \times 2 + 200000$. Uno dei bambini, intervistato, dichiara: «Se tu volevi calcolare anche il ritorno, dovevi dirlo». Come posso io inventare un dato che non c'è? I dati *devono* essere numerici ed espliciti.

3. Figlio mio...

I TEP sono un formidabile strumento per l'analisi dei modelli spontanei che si sono creati gli allievi dei vari oggetti della matematica; l'importante è che siano autonomi e scritti. Ecco il TEP prodotto da Simona (2° anno di scuola media): «Figlio mio, tu ancora non conosci la geometria, ma ti spiegherò che cosa vuol dire la parola altezza. Come te, io e papà abbiamo un'altezza che è misurata dalla testa ai piedi; così anche i triangoli hanno un'altezza, ma la loro altezza si misura dal vertice, che è un piccolo punto, giù fino alla base, che è come i nostri piedi. Poiché i triangoli hanno tre piccoli punti (vertici), hanno tre altezze perché hanno tre paia dei nostri piedi. E poiché noi abbiamo solo una testa e un paio di piedi, abbiamo una sola altezza».

Una lucida prova di immaginazione e di abilità comunicativa.

4. Ce ne saran ventuno.

Non possiedo documenti scritti, ma solo la registrazione di un dialogo tra due compagni di classe, III media, provincia toscana. Si narra del fatto che, a un certo punto, il giovanotto decide di contare i punti del segmento per dimostrare alla compagna che la sua pretesa che si tratti di infiniti punti è assurda. Dopo

un po', paonazzo, si volge in parte alla ragazza e in parte alla cinepresa e afferma, stizzito e consapevole del suo contegno: «Ce ne saran ventuno».
La didattica dell'infinito è uno dei temi che mi sono più cari; inizia fin dalla scuola dell'infanzia e non termina più...

5. ... una linea.

Si narra della spudorata creatività con la quale una bambina di 2 anni e mezzo interpreta i propri scarabocchi, a fronte della disarmante crudezza semantica con la quale un suo coetaneo interpreta il proprio prodotto pittorico.

6. Era troppo facile sennò.

Si propone alla discussione il seguente testo per iscritto in III elementare e in II media: «Giovanna e Paola vanno a fare la spesa; Giovanna spende 10.000 lire e Paola spende 20.000 lire. Alla fine chi ha più soldi nel borsellino, Giovanna o Paola?».

Si vuol analizzare la percentuale dei bambini e ragazzi che avvertono l'impossibilità di risolvere il problema; e poi intervistare gli allievi che danno la risposta "Giovanna" o "Paola". Siamo ancora nell'ambito di ricerche sul funzionamento del contratto didattico. Risparmio qui l'analisi relativa al contratto didattico; mi limito a dire che vi è una percentuale, bassa ma non nulla, di risposte "Paola". Un bambino di III elementare intervistato, spiega così la sua scelta:

AS: Io lo sapevo che era Giovanna.

BD: Ma allora, perché hai scritto Paola?

AS: Era troppo facile sennò.

Da qui ho tratto l'idea di metacontratto didattico e la voglia di compiere analisi della vita di aula basandomi sulla sociologia, poi abbondantemente pubblicate.

7. È sempre lo stesso, però questa è meglio.

Nel 1996 ho proposto a studenti di tutti i livelli scolastici, dalla scuola elementare alla superiore, 5 rettangolini di cartone sui quali erano riportate frasi o schemi che rappresentavano lo stesso oggetto matematico, ma in 5 registri semiotici diversi. A sorpresa, molti più studenti del previsto dichiaravano che le rappresentazioni semiotiche rappresentavano lo stesso oggetto matematico. Andando un po' più a fondo, però, ecco la risposta illuminante di un giovane di scuola superiore:

CD: È sempre lo stesso, però questa è meglio.

Se una tra 5 rappresentazioni semiotiche dello stesso oggetto matematico è "meglio" delle altre, allora si deve ricominciare a studiare daccapo che cosa

vuol dire capire, conoscere, costruire l'oggetto attraverso le sue rappresentazioni semiotiche, come un fatto culturale.

8. Se usi un dado a 8 facce, allora sì.

Non è vero che il problema della costruzione semiotica sia solo la trasformazione di conversione, perché anche quella di trattamento ha i suoi bei problemini aperti. Abbiamo incontrato studenti di scuola primaria che

ammettevano facilmente che $\frac{3}{6}$ esprime la probabilità dell'uscita di un

numero pari nel lancio di un dado e che $\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ (trasformazione di

trattamento), ma non ammettevano che anche $\frac{4}{8}$ potesse, di conseguenza,

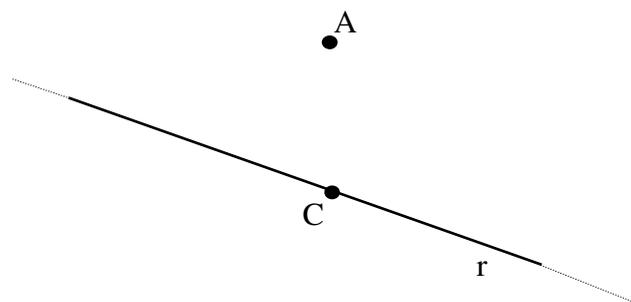
esprimere la stessa probabilità. La cosa più singolare è che lo stesso insegnante intervenne a sostenere la correttezza del diniego dei bambini; la sua conoscenza dei solidi platonici e dei dadi non standard, lo portò all'affermazione:

M: Se usi un dado a 8 facce, allora sì.

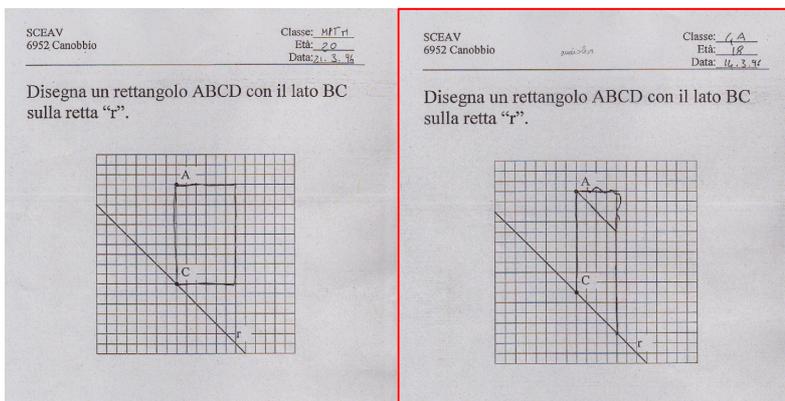
9. È un rettangolo storto.

Ecco il testo di una prova da me data in un paese straniero a studenti di scuole post-media (allievi di 15-20 anni) ('ispirata' a ricerche di Elisa Gallo):

Disegna il rettangolo ABCD con il lato BC sulla retta r:



Sono state fatte diverse prove, su carta bianca e quadrettata, con diverse inclinazioni della retta r, ma sempre con il punto A disposto verticalmente su C. Ed ecco alcune risposte ottenute. I protocolli sono autentici.



Facemmo delle prove analoghe in scuole elementari, medie e superiori italiane. Ad uno degli studenti che hanno effettuato bene il disegno richiesto, ho domandato un commento:

LV: È un rettangolo storto.

Quello “storto” rimette tutto in discussione; anche chi ha risolto bene il problema, vede però il rettangolo “storto”. Lo stereotipo geometrico è un nemico sempre in agguato.

10. *L'1 va messo dopo... infiniti zeri... Infiniti zeri?*

In una ricerca sull'apprendimento dell'infinito, ad un certo punto si pone il solito problema della relazione d'ordine che esiste tra $0,5$ e $0,4\bar{9}$. La risposta verte sul fatto che, secondo F, uno studente di 19 anni, alla fine del percorso scolastico, già indirizzato verso gli studi scientifici all'università, al numero periodico manca “qualcosa” per arrivare a 5 e questo qualcosa è 0,1. Gli si fa notare che $0,4\bar{9} + 0,1 = 0,5\bar{9}$, cosa che ammette immediatamente. Dunque no, la differenza non è 0,1 ma $0,00000000\dots00001$, dove questo 1 è messo «laggiù in fondo», e con la mano indica lontano.

GA e BD: Ma quanto in fondo? Quando zeri ci vogliono?

FF: L'1 va messo dopo... infiniti zeri...

A questo punto F cambia espressione e, quasi rivolgendosi a sé stesso:

FF: Infiniti zeri? Ah, no, no. Allora adesso ho capito, sono uguali.

Un esempio bellissimo e rassicurante nel quale la incoerenza non è vista come qualche cosa di ineliminabile e di indifferente nel campo della matematica, come invece ho mostrato che succede quasi sempre, in altre ricerche.

11. *Invece di dare i biscotti agli amici, ho dato gli amici ai biscotti!*

Alla richiesta scritta seguente: «15 amici comprano 5 kg di biscotti; quanti ne spettano a ciascuno?» il 41% degli studenti di fine I liceo scientifico risponde

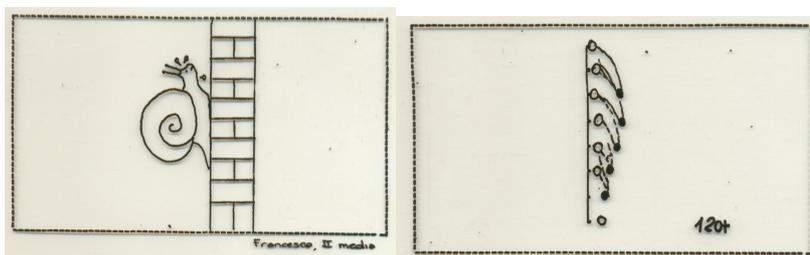
con l'operazione: 15:5. Se poi la cosa è fatta rapidamente, in situazione di intervista orale, la percentuale di risposta 15:5 sale vertiginosamente. Durante la successiva intervista individuale, uno degli studenti più brillanti, che aveva però scritto 15:5, capisce al volo, ride, si batte la mano sulla fronte ed esclama: «Invece di dare i biscotti agli amici, ho dato gli amici ai biscotti». Stereotipo, modello intuitivo, modello parassita, semantica testuale, lettura 'a naso' del testo dei problemi, ... Quante se ne potrebbero dire!

12. *No, così la prof non vuole.*

Ecco il testo di un ben noto problema, dato a tutti i livelli scolastici:

Una lumaca vuol salire in cima ad un muro alto 7 metri; inizia a salire un lunedì mattina all'alba; tutti i giorni, alla luce del Sole, sale di 2 metri; ma poi, durante la notte, scivola verso il basso di 1 metro. Dopo quanti giorni raggiungerà la cima?

Le (poche) risposte opportune e corrette date a questa domanda sono *sempre* legate a grafici, più o meno iconici; nessuno degli intervistati risolve correttamente il problema aritmeticamente o algebricamente, ma sempre e solo grazie a grafici o schemi. Alcuni disegni sono graziosi, ma non aiutano affatto. Altri schemi sono più significativi ed efficaci, anche se meno... artistici.



All'autore di questo secondo schema, che avrebbe potuto portare al successo, si è suggerito di mettere dei numeri e arricchire così lo schema, per avere la risposta corretta; la sua risposta è immediata e sicura:

VS: No, così la prof non vuole.

Nel senso che una risoluzione degna di questo nome deve essere algebrica. Ed è così che traduce la sua risposta: « $7 \times 2 = 14$, $14 - 1 = 13$ », che dovrebbe essere la risposta algebrica corretta, nella forma voluta, a suo dire, dall'insegnante.

13. *Non vale!*

Scuola elementare, propongo ancora un problema impossibile. I bambini rispondono, tutti, semplicemente addizionando i dati numerici del testo. Spiego ai bambini che il problema è impossibile. Risolini nervosi; il più irruento si ribella:

«Ah, ma così non vale! Se il problema è impossibile ce lo dovevi dire. La nostra maestra ce lo dice».

Sì, certo, contratto didattico e clausola di trasparenza. Sì, certo, effetto Topazio. Ma anche modello generale di problema e stereotipo.

Bibliografia

D'Amore B. (2011). Frasi che hanno condizionato e diretto la mia ricerca. *Bollettino di Matematica del Ticino*. **CITAZIONE COMPLETA.**